

ПАРАВЕКТОРНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ АЛГЕБРЕ

В.И.Тарханов, М.М. Нестеров¹

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
Россия, 195251, СПб., Политехническая ул., 29, E-MAIL: tar@quel.hop.stu.neva.ru

¹Санкт-Петербургское отделение Института проблем химической физики им. Н.Н. Семенова РАН,
Россия, 198099, СПб., ул. Калинина, 13

Проецирование в декартовой системе координат хорошо известно. Оно приводит к понижению размерности рассматриваемого объекта за счет внесения некоторой неоднозначности. Некоторые пространственно разделенные точки объектов на проекциях могут совпадать. Одновременный учет трех взаимно ортогональных проекций позволяет снять неоднозначность и однозначно восстановить прообраз проецируемого объекта.

Паравекторное проецирование выполняется путем одностороннего умножения объектов геометрической алгебры на базисные паравекторные идемпотенты [1]. Для трех ортов декартовой системы координат таких идемпотентов 6, что обеспечивает формирование 12 спинорных идеалов.

Идеал называют левым (контравариантным), если базисный паравектор является правым сомножителем. Идеал называют правым (ковариантным), если базисный паравектор является левым сомножителем. Знакоопределенность идеала выражается через сохранение знака (для положительных) и изменение знака (для отрицательных) идеалов при умножении любого объекта из этого идеала со стороны базисного паравектора на вектор, использованные при его (паравектора) формировании.

В принципе любое одностороннее умножение на базисный паравектор или на объект из идеала переводит исходный объект в спинор. Однако полученный спинор далеко не всегда будет спинорным образом именно того объекта, который был только что спроецирован.

Каждое паравекторное пространство (паравекторная грань) содержит два перекрывающихся спинорных идеала – контравариантный и ковариантный. Однако ни паравекторное, ни спинорные пространства не являются гильбертовыми. В них отсутствуют скалярные объекты, а следовательно и возможность нормирования на скалярный объект. Спиноры и паравекторы нормируются на паравекторные идемпотенты. А для таких объектов четырехмерного пространства детекторы пока отсутствуют. Поэтому результаты вычислений, выполненных в спинорных идеалах, не могут быть непосредственно измерены. Их надо предварительно перевести в форму скаляра или бивектора.

Получаемые в результате паравекторного проецирования паравекторные и спинорные образы скаляра и единичного вектора совпадают. Спинорные образы при вращениях подвергаются линейным преобразованиям, это значительно упрощает вычисления. Однако использование для анализа спинорных образов только одной знакоопределенности, например, только положительных, как в квантовой механике, может приводить к неоднозначности в интерпретации или даже к невозможности получения ошибочных результатов.

В сообщении приводятся примеры, поясняющие это неожиданное утверждение.

PARAVECTOR PROJECTIONING IN GEOMETRIC ALGEBRA

V.I.Tarkhanov, M.M.Nesterov¹

St. Petersburg State Polytechnical University, Russia, 195251, e-mail: tar@quel.hop.stu.neva.ru; ¹St.
Petersburg Branch of Institute for Problems of Chemical Physics RAS, Russia, 198099.

Problems with ambiguity in paravector projecting inside geometric Clifford algebra are discussed. It is shown, that the simplicity of calculations in spinor spaces is deceptive, because we cannot measure them directly.

Литература

1. Tarkhanov V.I., Nesterov M.M. Geometric information in eight dimensions vs. quantum information // Proc. SPIE, Vol. 7023, 70230J (2008); DOI: 10.1117/12.8-1913; LANL Quantum Physics arXiv:06801.1292.